

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α' ΛΥΚΕΙΟΥ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Α. Έστω η δευτεροβάθμια εξίσωση  $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$ ,  $\alpha \neq 0$  με  $\Delta > 0$ .

Να αποδείξετε ότι  $S = \chi_1 + \chi_2 = -\frac{\beta}{\alpha}$ ,  $P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \frac{\gamma}{\alpha}$

Β. Να αποδείξετε ότι  $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$ , όπου  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  ευθείες παράλληλες και  $a_1, a_2$  οι αντίστοιχοι συντελεστές διεύθυνσης τους.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τα παρακάτω με την ένδειξη σωστό (Σ) ή λάθος (Λ).

- |      |  |   |   |
|------|--|---|---|
| I.   | $\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 1-\sqrt{3}$   | Σ | Λ |
| II.  | $\sqrt[3]{-8} = -2$  | Σ | Λ |
| III. | $\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = \sqrt[4]{2}$                                     | Σ | Λ |
| IV.  | Αν $ x  = -2$ τότε $x = -2$  | Σ | Λ |
| V.   | Αν $ a  +  \beta  = 0$ τότε $a=\beta=0$  | Σ | Λ |
| VI.  | Αν $ a  +  \beta  > 0$ τότε κανένα από τα $a$ και $\beta$ δεν παίρνει την τιμή 0 | Σ | Λ |

Δ. Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

Η εξίσωση  $x^2 + \lambda x - 3 = 0$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}$

- α) δεν έχει πραγματικές λύσεις
- β) έχει πάντοτε δύο θετικές ρίζες
- γ) έχει πάντοτε δύο αρνητικές ρίζες
- δ) έχει πάντοτε δύο ετερόσημες ρίζες
- ε) έχει διπλή ρίζα

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Α. Αν  $x_1, x_2$  οι ρίζες της εξίσωσης  $x^2 + x - 7 = 0$ , να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης  $A = x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$

Β.

1. Δίνεται η εξίσωση  $(\lambda - 2)\chi^2 - (3 + \frac{\lambda^2}{2})\chi + 5 = 0$ , να βρείτε το  $\lambda \in \mathbb{R}$

ώστε η εξίσωση να έχει ως ρίζα το  $-2$

2. Δίνεται η εξίσωση  $x^2 - (\lambda - 1)x - 2 = 0$

I. Να βρείτε το  $x_1 + x_2$ ,  $x_1 \cdot x_2$

II. Να βρείτε το  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε να ισχύει  $x_1^2 + x_2^2 = 4$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

A. Δίνονται οι ευθείες  $\epsilon_1: y = (a-2)x + 3$  και  $\epsilon_2: y = -3x + a + 2$

Να βρείτε το  $a$  ώστε οι ευθείες να είναι κάθετες μεταξύ τους .

B. Να βρείτε το  $\lambda \in \mathcal{R}$  ώστε οι ευθείες  $\epsilon_1: y = (3\lambda - 1)x$  και

$\epsilon_2: y = (2\lambda + 3)x + 5$  να είναι παράλληλες μεταξύ τους .

Ποιά είναι η τιμή της ορίζουσας  $D$  του συστήματος των εξισώσεων των ευθειών ;

Γ. Για την τιμή του  $\lambda$  που θα βρείτε στο ερώτημα B να λύσετε την εξίσωση

$$\begin{vmatrix} \lambda x - 4 & -\lambda \\ -2\lambda & x + 1 \end{vmatrix} = 0$$

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

A. Δίνονται οι συναρτήσεις

$$f(x) = \sqrt{2x^4 + x^2 - 1} \quad \text{και} \quad g(x) = \frac{x^3 + x}{|x^2 - 4|}$$

I. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των  $f$  &  $g$

II. Να αποδείξετε ότι η  $f$  είναι άρτια και η  $g$  είναι περιττή.

B. Έστω  $D, Dx, Dy$  οι ορίζουσες ενός συστήματος δύο εξισώσεων δυο ευθειών  $\epsilon_1$  &  $\epsilon_2$

I. Αν ισχύει  $|D| + |5 - Dy| = 0$  να αποδείξετε ότι οι ευθείες είναι παράλληλες

II. Αν ισχύει  $D^2x D^2y + D^2 = 8Dx + 4Dy + 2D - 11$  να αποδείξετε ότι οι ευθείες τέμνονται στο σημείο  $A(4,2)$

III. Να βρεθεί ο  $\lambda \in \mathcal{R}$  ώστε η ευθεία  $\lambda^2(x - 1) + 2\lambda y + 3$  να διέρχεται από το  $A(4,2)$ .

Γ. Να λύσετε την ανίσωση

$$(x^3 - 1)(x^2 - 7x + 12)(x^2 + x + 2)(x^2 - 4x + 4) \leq 0$$

**Καλή επιτυχία**