ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Έστω η δευτεροβάθμια εξίσωση $\alpha\chi^2 + \beta\chi + \gamma = 0$, α ≠ 0 με Δ > 0.

Να αποδείξετε ότι $S = \chi_1 + \chi_2 = -\dfrac{\beta}{\alpha}, P = \chi_1 \cdot \chi_2 = \dfrac{\gamma}{\alpha}$

Β. Να αποδείξετε ότι $\varepsilon_1 \,||\, \varepsilon_2 \Leftrightarrow a_1 = a_2$, όπου $\varepsilon_1,\varepsilon_2$ ευθείες παράλληλες και α_1,α_2 οι αντίστοιχοι συντελεστές διεύθυνσης τους.

Γ. Να χαρακτηρίσετε τα παρακάτω με την ένδειξη σωστό (Σ) ή λάθος (Λ).

I.	$\sqrt{(1-\sqrt{3})^2} = 1-\sqrt{3}$	Σ	Λ
II.	$\sqrt[3]{-8} = -2$	Σ	Λ
III.	$\sqrt[4]{\sqrt[3]{\sqrt{2}}} = \sqrt[14]{2}$	Σ	Λ
IV.	Αν |x|= -2 τότε x = -2	Σ	Λ
V.	Αν |α| + |β| = 0 τότε α=β=0	Σ	Λ
VI.	Αν |α|+|β| > 0 τότε κανένα από τα α και β δεν παίρνει την τιμή 0	Σ	Λ

Δ. Να βάλετε σε κύκλο τη σωστή απάντηση

I. Η εξίσωση $x^2 + \lambda x - 3 = 0$, $\lambda \in \Re$

α) δεν έχει πραγματικές λύσεις

β) έχει πάντοτε δύο θετικές ρίζες

γ) έχει πάντοτε δύο αρνητικές ρίζες

δ) έχει πάντοτε δύο ετερόσημες ρίζες

ε) έχει διπλή ρίζα

II. Αν μια συνάρτηση είναι γνησίως αύξουσα στο R τότε ισχύει

α) $\dfrac{f(0)-f(2)}{2} < 0$

β) f(0) = f(2)

γ) f(0) > f(2)

δ) $\dfrac{f(0)-f(2)}{2} > 0$

ε) τίποτε από τα παραπάνω

III. Αν μία συνάρτηση είναι άρτια στο R ισχύει πάντοτε

α) $f(-x) = -f(x)$

β) $f(x) = f(-x)$

γ) $f(0) = 0$

δ) $f(-x) = f(2x)$

IV. Αν μία συνάρτηση έχει κέντρο συμμετρίας το O(0,0) τότε

α) $f(-1) = f(1)$

β) $f(-2) = -f(2)$

γ) $f(-1) = f(2)$

δ) $f(-2) = f(2)$

ε) $f(2) = 0$

V. Αν μία συνάρτηση έχει μέγιστο το 1 τότε

α) $f(x) \geq 1$

β) $f(x) > 1$

γ) $f(x) \leq 1$

δ) $f(x) < 1$

ε) $f(x) = 1$

ΘΕΜΑ 2^{o}

Α. Αν x_1,x_2 οι ρίζες της εξίσωσης $x^2 + x – 7 = 0$, να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = x_1^2x_2 + x_1x_2^2$

Β.

1. Δίνεται η εξίσωση $(\lambda-2)\chi^2-(3+\frac{\lambda^2}{2})\chi+5=0$, να βρέιτε το $\lambda\in\Re$

   ώστε η εξίσωση να έχει ως ρίζα το -2
2. Δίνεται η εξίσωση $x^2 -(\lambda-1)x - 2 = 0$
   I. Να βρειτε το $x_1 + x_2$, $x_1 \cdot x_2$
   II. Να βρέιτε το $\lambda\in\Re$ ώστε να ισχύει $x_1^2+x_2^2 = 4$

ΘΕΜΑ 3^{o}

Α. Δίνονται οι ευθείες ε_1: $y= (\alpha-2)x + 3$ και ε_2 : $y = -3x + \alpha + 2$

Να βρέιτε το α ώστε οι ευθείες να είναι κάθετες μεταξύ τους .

Β. Να βρέιτε το $\lambda\in\Re$ ώστε οι ευθείες ε_1: $y = (3\lambda – 1)x$ και

$\varepsilon_2 : y = (2\lambda + 3)x + 5$ να είναι παράλληλες μεταξύ τους .

Ποιά είναι η τιμή της ορίζουσας D του συστήματος των εξισώσεων των ευθειών ;

Γ. Για την τιμή του λ που θα βρείτε στο ερώτημα Β να λύσετε την εξίσωση

$$\begin{vmatrix} \lambda\chi - 4 & -\lambda \\ -2\lambda & \chi + 1 \end{vmatrix} = 0$$

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Δίνονται οι συναρτήσεις

$f(x) = \sqrt{2x^4 + x^2 - 1}$ και $g(x) = \dfrac{x^3 + x}{|x^2 - 4|}$

I. Να βρεθούν τα πεδία ορισμού των f & g

II. Να αποδείξετε ότι η f είναι άρτια και η g είναι περιττή.

Β. Έστω D, Dx, Dy οι ορίζουσες ενός συστήματος δύο εξισώσεων δυο ευθειών ε_1 & ε_2

I. Αν ισχύει $|D| + |5 - D_y| = 0$ να αποδείξετε ότι οι ευθείες είναι παράλληλες

II. Αν ισχύει $D^2_x D^2_y + D^2 = 8D_x + 4D_y + 2D - 11$ να αποδέιξετε ότι οι ευθείες τέμνονται στο σημείο Α(4,2)

III. Να βρεθεί ο $\lambda \in \Re$ ώστε η ευθεία $\lambda^2(x - 1) + 2\lambda y + 3$ να διέρχεται από το Α(4,2).

Γ. Να λύσετε την ανίσωση

$(x^3 - 1)(x^2 - 7x + 12)(x^2 + x + 2)(x^2 - 4x + 4) \leq 0$

Καλή επιτυχία και Καλό Πάσχα

Επιμέλεια των θεμάτων

Καθηγητής Μαθηματικός

Τσίκλος Γεώργιος