

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να αποδείξετε ότι η απόλυτη τιμή του αθροίσματος δύο αριθμών είναι μικρότερη ή ίση από το άθροισμα των απολύτων τιμών των αριθμών αυτών δηλαδή $|\alpha + \beta| \leq |\alpha| + |\beta|$. Πότε η σχέση αυτή ισχύει σαν ισότητα;

B) Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις ακόλουθες προτάσεις.

- | | | |
|---|---|---|
| i. Αν $a < \beta < 0$ τότε $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{\beta}$ | Σ | Λ |
| ii. Αν $\alpha > \beta > 0$ τότε $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{\beta}$ | Σ | Λ |
| iii. Αν $\alpha > \beta > 0 \Leftrightarrow \alpha^{\nu} > \beta^{\nu}$ | Σ | Λ |
| iv. $ \alpha > 0$ για κάθε $\alpha \in \mathfrak{R}$ | Σ | Λ |
| v. $- \alpha \leq \alpha \leq \alpha $ | Σ | Λ |

Γ) Να αντιστοιχίσετε τη σχέση στη στήλη A με την τιμή του χ στη στήλη B.

ΣΤΗΛΗ A

ΣΤΗΛΗ B

$ x - 4 < 1$
$d(x, -2) < 1$
$d(1, x) \geq 2$
$ x + 2 > 5$
$x \in (-3, 0)$
$x \in [-1, 3]$
$x \in [2, +\infty)$
$x \in (-\infty, -1]$

$1 < X < 3$
$3 < X < 5$
$-3 < X < 0$
$X \leq -1$ ή $X \geq 3$
$-1 \leq X \leq 3$
$X > 3$ ή $X < -7$
$X \leq -1$
$X \geq 2$

Δ) Σε κάθε μια από τις παρακάτω ερωτήσεις να σημειώσετε τη σωστή απάντηση .

1. Οι λύσεις της εξίσωσης $|2\chi - 3| = 5$ είναι

- i. $\chi = 4$ και $\chi = 1$
- ii. $\chi = 3$, $\chi = 2$
- iii. $\chi = 0$ και $\chi = 3$
- iv. Καμία από τις υπόλοιπες

2. Οι λύσεις της ανίσωσης $|\chi - 1| \leq 0$ είναι :

- i. $\chi = 1$
- ii. $-1 \leq \chi \leq 1$
- iii. $0 \leq \chi \leq 1$
- iv. Δεν έχει λύσεις

3. Αν $|\chi| \leq \theta$, $\theta > 0$ τότε :

- i. $2\theta \leq \chi \leq \theta$
- ii. $-\theta \leq \chi \leq \theta$
- iii. $\chi \geq \theta$ ή $\chi \leq -\theta$
- iv. $\chi = \theta$

4. Αν $|\chi| \leq 1$ και $|y| \leq 2$ τότε η παράσταση $A = |2\chi - 3y|$ είναι μικρότερη ή ίση του :

- i. 5
- ii. 3
- iii. 8
- iv. 10

ΘΕΜΑ 2^ο

A) Αν $2 < \alpha < 3$ και $5 < \beta < 7$ να βρείτε μεταξύ ποιών αριθμών περιέχεται η τιμή καθεμιά από τις παραστάσεις :

- i) $\alpha + \beta$ ii) $\alpha - \beta$ iii) $-\frac{\alpha}{\beta}$ iv) $\alpha^2 + \beta^2$

B) Να αποδείξετε ότι $\alpha^2 + 2(\alpha + \beta) > -\beta^2 - 2$

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Να δειχθεί ότι :

$$\text{Αν } \alpha < \beta < \gamma$$

$$\frac{|\gamma - \alpha| - |\alpha - \beta|}{|\gamma - \beta|} + \frac{|\beta - \alpha| + |\beta - \gamma|}{|\gamma - \alpha|} = 2$$

B) Να απλοποιηθεί η παράσταση

$$A = \frac{|\alpha - \beta| + |\alpha - \gamma| - |\beta - \alpha|}{|\gamma - \alpha| + |\beta - \alpha| - |\alpha - \beta|} \quad \text{αν } \beta < \alpha < \gamma$$

ΘΕΜΑ 4^ο

A)

i. Αν $|\chi| \leq 2$ και $|y| \leq 4$ να αποδείξετε ότι $|5x - 3y| \leq 22$

ii. Αν $|\alpha + \beta| < |\alpha - \beta|$ και $\alpha \cdot \beta \neq 0$ να αποδείξετε ότι $\alpha|\beta| + \beta|\alpha| = 0$.

B) Να λυθούν οι εξισώσεις

i. $|\chi - 1| - \frac{|1 - x|}{3} = \frac{2|x - 1|}{3} + 1$

ii. $\lambda^2(\chi - 1) = \chi - \lambda$

Επιμέλεια

Καθηγητής Μαθηματικός

Γιώργος Τσίγκλος