

Διαγώνισμα Μαθηματικών Γενικής Παιδείας Β΄ Λυκείου

Θέμα 1<sup>ο</sup>

A. Σε κάθε μια από τις παρακάτω περιπτώσεις να βάλετε σε κύκλο το γράμμα (Σ) αν ο ισχυρισμός είναι σωστός ή το γράμμα (Λ) αν ο ισχυρισμός είναι λάθος.

- |      |   |   |   |
|------|---|---|---|
| i.   | Για κάθε γωνία $\omega$ ισχύει $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$  | Σ | Λ |
| ii.  | Για κάθε γωνία $\omega$ ισχύει $\eta\mu(\pi - \omega) = -\eta\mu\omega$   | Σ | Λ |
| iii. | Για κάθε γωνία $\omega$ ισχύει $\sigma\upsilon\nu(\pi + \omega) = -\sigma\upsilon\nu\omega$                             | Σ | Λ |
| iv.  | Για κάθε γωνία $\omega$ ισχύει $\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\pi}{2} + \omega\right) = \eta\mu\omega$                   | Σ | Λ |
| v.   | $\epsilon\phi(\alpha + \beta) = \frac{\epsilon\phi\alpha + \epsilon\phi\beta}{1 + \epsilon\phi\alpha\epsilon\phi\beta}$ | Σ | Λ |
| vi.  | $\epsilon\phi 2\alpha = \frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}$   | Σ | Λ |

B. Επιλέξτε ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή .

i. Το  $\eta\mu 2\alpha$  είναι ίσο με :

- A.  $\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$       B.  $2\eta\mu^2\alpha + 1$       Γ.  $2\eta\mu\alpha\sigma\upsilon\nu\alpha$   
Δ.  $1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha$       E. Κανένα από τα προηγούμενα

ii. Το  $\sigma\upsilon\nu 2\alpha$  είναι ίσο με :

- A.  $1 - 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha$       B.  $\eta\mu^2\alpha - \sigma\upsilon\nu^2\alpha$       Γ.  $1 - \eta\mu 2\alpha$   
Δ.  $1 - 2\eta\mu^2\alpha$       E. Κανένα από τα προηγούμενα

iii. Η τιμή της παράστασης  $\sigma\upsilon\nu 27^\circ \sigma\upsilon\nu 63^\circ - \eta\mu 63^\circ \eta\mu 27^\circ$  είναι :

- A. 1      B.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       Γ. 0

- Δ. -1      E.  $\frac{1}{2}$

iv. Η τιμή της παράστασης

$\eta\mu(50^\circ - \alpha) \sigma\upsilon\nu(40^\circ + \alpha) + \eta\mu(40^\circ + \alpha) \sigma\upsilon\nu(50^\circ - \alpha)$  είναι :

- A. -1      B. 0      Γ.  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

- Δ.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$       E. 1

Γ. Να αποδείξετε ότι

$$\alpha) \sigma\upsilon\nu 2\alpha = \sigma\upsilon\nu^2\alpha - \eta\mu^2\alpha = 1 - 2\eta\mu^2\alpha = 2\sigma\upsilon\nu^2\alpha - 1$$

$$\beta) \epsilon\phi 2\alpha = \frac{2\epsilon\phi\alpha}{1 - \epsilon\phi^2\alpha}$$

### Θέμα 2°

α) Αν είναι  $\sigma\upsilon\nu\alpha = \frac{3}{5}$  και  $\sigma\upsilon\nu\beta = \frac{12}{13}$  και  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ ,  $0 < \beta < \frac{\pi}{2}$  να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της γωνίας  $\alpha + \beta$

β) Αν  $|\eta\mu\chi + \sigma\upsilon\nu\chi| = \frac{\sqrt{2}}{2}$

- i. Να δείξετε ότι  $\eta\mu 2\chi = -\frac{1}{2}$
- ii. Να λύσετε την παραπάνω εξίσωση στο διάστημα (3π, 4π)

### Θέμα 3°

Δίνεται η εξίσωση

$$2\sigma\upsilon\nu\theta + \sigma\upsilon\nu 2\theta - 3 = 0$$

- i. Να βρεθεί η τιμή του  $\sigma\upsilon\nu\theta$
- ii. Για την παραπάνω τιμή που βρήκατε να υπολογίσετε τη γωνία  $\theta \in [\pi, 2\pi]$

### Θέμα 4°

Ένας ζαχαροπλάστης μεταξύ άλλων κατασκευάζει ταψάκια με γαλακτομπούρεκο. Η συνάρτηση παρασκευής των παραπάνω ταψιών εβδομαδιαίως δίνεται από τον τύπο  $f(x) = 25\eta\mu\frac{\chi}{2} + 1$ ,  $x \in [0, \pi]$

- i. Να βρεθεί η γωνία  $\chi$ rad ώστε ο ζαχαροπλάστης να παρασκευάζει τον μέγιστο αριθμό ταψιών εβδομαδιαίως
- ii. Ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός ταψιών ;
- iii. Να βρεθεί η γωνία  $\chi$ rad ώστε ο ζαχαροπλάστης να κατασκευάζει τον ελάχιστο αριθμό ταψιών
- iv. Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός ταψιών ;

Καλή επιτυχία  
Επιμέλεια Γιώργος Τσίγκλος