

## ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Α. Σε κάθε περίπτωση από τις παρακάτω να βάλετε σε κύκλο το γράμμα (Σ) αν ο ισχυρισμός είναι σωστός ή το γράμμα (Λ) αν ο ισχυρισμός είναι λάθος.

- i. Αν  $|\vec{a}| = \lambda |\vec{\beta}|$ , τότε  $\vec{a} \parallel \vec{\beta}$  Σ    Λ
- ii. Δυο διανύσματα με ίσους συντελεστές διεύθυνσης είναι ομόρροπα Σ    Λ
- iii. Τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = \vec{i} + \vec{j}$  και  $\vec{\beta} = -\vec{i} + \vec{j}$  είναι κάθετα Σ    Λ
- iv. Αν  $\vec{\alpha}\vec{\beta} = \vec{\alpha}\vec{\gamma}$  τότε είναι  $\vec{\beta} = \vec{\gamma}$  Σ    Λ
- v. Υπάρχουν  $\chi \in \mathbb{R}$  τέτοια ώστε τα διανύσματα  $\vec{\alpha} = (\chi+1, 3)$  και  $\vec{\beta} = (\chi, 1)$  να είναι κάθετα Σ    Λ
- vi. Ισχύει  $\vec{\alpha}\vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ.}_{\vec{\alpha}} \vec{\beta}$  Σ    Λ

Β. Έστω τα διανύσματα  $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$  με  $\vec{\alpha} = (\chi_1, \psi_1)$  και  $\vec{\beta} = (\chi_2, \psi_2)$ . Να αποδείξετε ότι το διάνυσμα  $k\vec{\alpha} + \lambda\vec{\beta} = (k\chi_1 + \lambda\chi_2, k\psi_1 + \lambda\psi_2)$ .

### ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Για τα διανύσματα  $\vec{a}, \vec{\beta}$  δίνεται ότι  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{\beta}| = 2$  και  $(\vec{a}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ . Έστω τα διανύσματα  $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{\beta}$ ,  $\vec{v} = \vec{a} - 2\vec{\beta}$ .

Να υπολογίσετε :

1. Το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{a} \cdot \vec{\beta}$
2. Τα μέτρα  $|\vec{u}|, |\vec{v}|$  των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$
3. Το εσωτερικό γινόμενο  $\vec{u} \cdot \vec{v}$
4. Το συνημίτονο της γωνίας των διανυσμάτων  $\vec{u}$  και  $\vec{v}$

### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

- i. Αν για τα διανύσματα  $\alpha, \beta$  ισχύουν  $|\alpha| = |\beta| = |\alpha - \beta|$  δείξτε ότι  $|\alpha - \beta| = |\alpha| \sqrt{3}$
- ii. Αν  $|\alpha| = 1$  και  $|\beta| = 2$  και  $\alpha \perp \beta$  να βρείτε την προβολή του διανύσματος  $v = \alpha - \beta$  πάνω στο διάνυσμα  $u = 2\alpha + \beta$ .
- iii. Αν για τα διανύσματα  $\alpha$  και  $\beta$  ισχύουν  $\alpha \perp \beta$ ,  $\alpha + \beta \perp \alpha - 3\beta$  και  $|\alpha - \beta| = 4$  να αποδείξετε ότι  $|\alpha| = 2\sqrt{3}$  και  $|\beta| = 2$ .

#### ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Θεωρούμε δύο μη μηδενικά διανύσματα τέτοια ώστε  $\text{προβ}_\beta^\alpha = 4\beta$  και  $4\text{προβ}_\alpha^\beta = \alpha$ .

A) Να αποδείξετε ότι  $\alpha\beta = 2\beta^2$

B) Να βρείτε τον λόγο  $\frac{|\alpha|}{|\beta|}$ .

Γ) Να βρείτε την γωνία  $(\alpha, \beta)$

Δ) Να βρείτε το  $\lambda \in \mathbb{R}$  ώστε τα διανύσματα  $u_1 = \alpha + \lambda\beta$  και  $u_2 = \alpha + \beta$  να είναι κάθετα.

**Υπεύθυνος Καθηγητής Γιώργος Τσίγκλος**