

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να χαρακτηρίσετε με σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

- i. $\vec{\alpha}\vec{\beta} = \vec{\alpha} \text{ προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\alpha}$ Σ Λ
- ii. Αν $|\vec{a} + \vec{\beta}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{\beta}|^2 \Leftrightarrow \vec{a} \perp \vec{\beta}$ Σ Λ
- iii. Το διάνυσμα $\vec{\delta} = (B, -A)$ είναι παράλληλο στην ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$
Σ Λ
- iv. Η εξίσωση $(x-1)^2 + (y+5)^2 = 4$ παριστάνει κύκλο κέντρου $K(1, 5)$ και ακτίνας $\rho = 2$ Σ Λ
- v. Η παραβολή με εξίσωση $y^2 = 4x$ έχει εστία $E(1,0)$.
Σ Λ

B. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση της εφαπτομένης του κύκλου $x^2+y^2=\rho^2$ στο σημείο $A(x_1,y_1)$ είναι $xx_1+yy_1=\rho^2$.

ΘΕΜΑ 2^ο

Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ διανύσματα του επιπέδου, να αποδειχθεί ότι:

- α) $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 + |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|^2 = 2(|\vec{\alpha}|^2 + |\vec{\beta}|^2)$
- β) $|\vec{\alpha} + \vec{\beta}|^2 - |\vec{\alpha} - \vec{\beta}|^2 = 4\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία φ τα σημεία $M(2 + 3\sigma\eta\varphi, 3\eta\mu\varphi - 4)$ βρίσκονται πάνω σε κύκλο και να προσδιορίσετε το κέντρο και την ακτίνα του.

B) Δίνονται οι κύκλοι $C_1: x^2 + y^2 = 1$ και $C_2: x^2 + y^2 + 2x - 4y + 3 = 0$

- i. Να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων τομής τους A και B
- ii. Να βρείτε την εξίσωση της ευθείας ε η οποία ορίζεται από τα κέντρα των δυο κύκλων
- iii. Να αποδείξετε ότι $AB \perp \varepsilon$

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται ο κύκλος (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$.

A) 1. Να γράψετε τον κύκλο στη μορφή $(x-a)^2 + (y-\beta)^2 = R^2$ και να βρείτε το κέντρο και την ακτίνα του.

2. Να δείξετε ότι ο κύκλος εφάπτεται του xx' άξονα.

B) 1. Να βρεθεί το συμμετρικό σημείο P, του κέντρου του κύκλου ως προς την ευθεία $y=x$.

2. Αν $P(2,1)$ το προηγούμενο σημείο, δείξετε ότι το P είναι εσωτερικό του κύκλου.

Γ) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που περνάει από το σημείο $P(2,1)$ και τέμνει τον κύκλο στα A,B ώστε το P να είναι μέσο της χορδής AB.

Επιμέλεια

Καθηγητής Γιώργος Τσίγκλος

