ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^{ο}

Α . Σε κάθε περίπτωση από τις παρακάτω να βάλετε σε κύκλο το γράμμα (Σ) αν ο ισχυρισμός είναι σωστός ή το γράμμα (Λ) αν ο ισχυρισμός είναι λάθος .

α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 τότε δεν είναι συνεχής σε αυτό . Σ Λ

β) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 δεν είναι παραγωγίσιμη σε αυτό . Σ Λ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και ισχύει $f(2)f(5)<0$ τότε υπάρχει ξ ∈ (2,5) με $f(\xi)=0$. Σ Λ

δ) Το άθροισμα δύο συζυγών μιγαδικών είναι φανταστικός αριθμός Σ Λ

ε) Το γινόμενο δύο συζυγών μιγαδικών είναι πραγματικός αριθμός Σ Λ

στ) Αν $f(x)=\eta\mu\chi$ και $g(x)=\sigma\upsilon\nu\chi$ τότε $(f'(\chi))^2+(g'(\chi))^2=1$ για κάθε $\chi\in\Re$ Σ Λ

Β.

i. Αν Α = $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ τότε

α) Α = $\dfrac{1}{4}$

β) Α = $\dfrac{1}{8}$

γ) Α = 0

δ) Α = -1

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

ii) Αν Β = $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\eta\mu^3\chi}{\chi^2}$ τότε

α) Β = 1

β) Β = 0

γ) Β = -1

δ) Β = 1

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

iii) Αν $\frac{\eta\mu\chi}{\chi} \leq$ f(x) ≤ συνχ , $\chi \neq 0$, τότε Α = $\lim_{x\to 0} f(x)$ είναι

α) Α = 0

β) Α = -1

γ) Α = 1

δ) Α = $\frac{1}{2}$

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

iv) Αν f συνεχής συνάρτηση , $\chi \in \Re^*$ και ισχύει 1 + χf(x) = συνχ τότε το f(0) είναι ίσο με :

α) 0

β) -1

γ) 1

δ) Δεν υπάρχει

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

ΘΕΜΑ 2^{O}

Α.

i)Να διατυπώσετε το θεώρημα ενδιαμέσων τιμών και να το αποδείξετε

ii) Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = x^5 + \alpha\chi^4 + \chi^3 + \beta\chi^2 + 2\chi + \alpha + \beta$, $\alpha,\beta \in \Re$ και $\alpha < \beta$. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(χ) = 0 έχει τουλάχιστόν μία ρίζα στο διάστημα (-β , -α) .

Β. Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [1 , 1997] και 1 ≤ f(x) ≤ 1997 για κάθε $\chi \in [1 , 1997]$. Να αποδείξετε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα $\chi_0 \in [1 , 1997]$ ώστε $\chi_0 f(x_0) = 1997$.

ΘΕΜΑ 3^{O}

A. Δίνεται η παραγωγίσιμη συνάρτηση f : $\Re \to \Re$ για την οποία ισχύει $f'(x) = x^4, x \in \Re$

a) Να βρείτε την συνάρτηση f΄΄
b) Να λύσετε την εξίσωση $f'(\chi) = f''(\chi)$
c) Αν Α(χ_0,f΄(χ_0)) με $\chi_0 \neq 0$ είναι κοινό σημείο των γραφικών παραστάσεων της f΄(χ) και της f΄΄(x) , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f΄(χ) στο σημείο Α
d) Να βρείτε τις τετμημένες των κοινών σημείων της εφαπτομένης , με την γραφική παράσταση της f΄΄(x) .

B. Έστω ότι η συνάρτηση g είναι παραγωγίσιμη στο R και ισχύει g(0) = 1 και g΄(0) = 4 . Αν f(x) = (χ^2 – 5χ + 6)g(x) , να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f στο σημείο (0 , f(0)) .

ΘΕΜΑ 4^{O}

α) Έστω οι συναρτήσεις f , g : $\Re \to \Re$ για τις οποίες υποθέτουμε ότι ισχύουν f(0) = 5 , $\lim_{x\to 0}\frac{g(x)}{x+5} = 1$, $g'(0) = -1$, $xg(x) = xf(x) + \eta\mu^2\chi$ για κάθε $\chi \in \Re^*$. Να αποδείξετε ότι η f είναι παραγωγίσιμη στο $\chi_0 = 0$ με f΄(0) = 0 .

β) Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\eta\mu 3\chi}{\chi} & ,\chi < 0 \\ \sqrt{3\chi+1} + \alpha\chi + \alpha + \beta & \chi \geq 0 \end{cases}$ όπου $\alpha,\beta \in \Re$

Να προσδιορίσετε τις τιμές α , β αν γνωρίζετε ότι υπάρχει το $\lim_{x\to 0} f(x)$ και η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών :
(ε_1) 4χ – y + 1 = 0 και (ε_2) 3χ – 2y + 7 = 0 .

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΤΣΙΚΛΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

Καλή Επιτυχία