ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

Α . Σε κάθε περίπτωση από τις παρακάτω να βάλετε σε κύκλο το γράμμα (Σ) αν ο ισχυρισμός είναι σωστός ή το γράμμα (Λ) αν ο ισχυρισμός είναι λάθος αιτιολογώντας την επιλογή σας .

α) Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 τότε δεν είναι συνεχής σε αυτό . Σ Λ

β) Αν μια συνάρτηση f δεν είναι συνεχής σε ένα σημείο x_0 δεν είναι παραγωγίσιμη σε αυτό . Σ Λ

γ) Αν μια συνάρτηση f είναι συνεχής και ισχύει $f(2)f(5) < 0$ τότε υπάρχει ξ ∈ (2,5) με $f(\xi) = 0$. Σ Λ

δ) Το άθροισμα δύο συζυγών μιγαδικών είναι φανταστικός αριθμός

Σ Λ

ε) Το γινόμενο δύο συζυγών μιγαδικών είναι πραγματικός αριθμός

Σ Λ

στ) Αν f συνεχής στο (α,β) με f(x) ≠ 0 και ισχύει $f(\frac{\alpha+\beta}{2}) > 0$ τότε f(x) > 0 για κάθε χ ∈ (α,β) Σ Λ

Β.

i. Αν Α = $\lim\limits_{x\to 4}\frac{\sqrt{x}-2}{x-4}$ τότε

α) Α = $\frac{1}{4}$

β) Α = $\frac{1}{8}$

γ) Α = 0

δ) Α = -1

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

ii) Αν Β = $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\eta\mu^3\chi}{\chi^2}$ τότε

α) Β = 1

β) Β = 0

γ) Β = -1

δ) Β = 1

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

iii) Αν $\frac{\eta\mu\chi}{\chi} \leq f(x) \leq$ συνχ , $\chi \neq 0$, τότε Α = $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$ είναι

α) Α = 0

β) Α = -1

γ) Α = 1

δ) Α = $\frac{1}{2}$

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

iv) Αν f συνεχής συνάρτηση , $\chi \in \Re^*$ και ισχύει 1 + χf(x) = συνχ τότε το f(0) είναι ίσο με :

α) 0

β) -1

γ) 1

δ) Δεν υπάρχει

ε) Τίποτα από τα παραπάνω

ΘΕΜΑ 2^{O}

Α.

i)Να διατυπώσετε το θεώρημα ενδιαμέσων τιμών και να το αποδείξετε

ii) Έστω η συνάρτηση f με $f(x) = x^5 + \alpha\chi^4 + \chi^3 + \beta\chi^2 + 2\chi + \alpha + \beta$, $\alpha,\beta \in \Re$ και $\alpha < \beta$. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση f(χ)=0 έχει τουλάχιστόν μία ρίζα στο διάστημα (-β , -α) .

Β. Μια συνάρτηση f είναι συνεχής στο [1 , 1997] και ισχύει $1 \leq f(x) \leq 1997$ για κάθε χ ∈ [1 , 1997] . Να αποδείξετε ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα $x_0 \in [1\ ,\ 1997]$ ώστε x_0 f(x_0) = 1997 .

ΘΕΜΑ 3^{Ο}

Α. Δίνεται η συνεχής συνάρτηση f στο κλειστό διάστημα [0,1] που είναι γνησίως αύξουσα για κάθε χ∈(0,1).

Αν f(0) = 2 και f(1) = 4 να δείξετε ότι:

a) Η ευθεία y = 3 τέμνει τη γραφική παράσταση της f σ' ένα ακριβώς σημείο με τετμημένη $\chi_0 \in (0,1)$

b) Υπάρχει $x_1 \in (0,1)$, τέτοιο ώστε

$$f(x_1) = \frac{f\left(\frac{1}{5}\right) + f\left(\frac{2}{5}\right) + f\left(\frac{3}{5}\right) + f\left(\frac{4}{5}\right)}{4}$$

ΘΕΜΑ 4^{Ο}

Έστω η συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το C – {-4} και τύπο

$f(z) = \dfrac{z - 2i}{iz - 4}$, C το σύνολο των μιγαδικών αριθμών .

1. Να βρεθεί στο μιγαδικό επίπεδο ο γεωμετρικός τόπος των σημείων M(z) ώστε να είναι f(z) $\in \Re$
2. Να βρεθεί στο μιγαδικό επίπεδο το σύνολο των σημείων M(z) ώστε το μέτρο του f(z) να είναι 2

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ : ΤΣΙΚΛΟΣ ΓΕΩΡΓΙΟΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ