

ΘΕΜΑ 3^ο:

Δίνεται η συνάρτηση f η οποία είναι παραγωγίσιμη στο \mathbb{R} με $f'(x) \neq 0$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από τα σημεία $A(-2,1)$ και $B(1,7)$.

α) Να αποδειχθεί ότι η f είναι "1-1".

β) Να λυθεί η εξίσωση $f^{-1}(-6 + f(x^2 - 8)) = -2$.

γ) Να αποδειχθεί ότι υπάρχει τουλάχιστον ένα σημείο της C_f στο οποίο η εφαπτομένη της C_f είναι κάθετη στην ευθεία $(\varepsilon): x + 2y - 3 = 0$.

ΘΕΜΑ 4^ο:

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3x - 1}{x^2}.$$

α) Να μελετήσετε την f ως προς την μονοτονία.

β) Να μελετήσετε την f ως προς τα κοίλα.

γ) Να βρείτε τα σημεία καμπής της C_f .

δ) Να βρείτε τις ασύμπτωτες της C_f .

ε) Να βρείτε το σύνολο τιμών της f .

στ) Να κάνετε την γραφική παράσταση της f .

ζ) Να βρείτε το πλήθος των πραγματικών ριζών της εξίσωσης

$$x^3 + (1 - \lambda)x^2 + 3x - 1 = 0, \lambda \in \mathbb{R}.$$